**HAUTE ECOLE SPÉCIALISÉE DE LA SUISSE OCCIDENTALE**

Haute Ecole d'Ingénierie et de Gestion du Canton de Vaud

---

# Master of Science in Engineering (MSE)

**Cours central (bases théoriques) : Modélisation stochastique**

(Semestre d'hiver 2009, S. Robert)

---

## SERIE 4

**6 octobre 2009**

---

**Notice importante :** *Nous suggérons d'utiliser MATLAB pour cette série mais il est tout à fait convenable d'utiliser un clone : Octave, SciLab,... ou R. Les solutions seront données en MATLAB.*

### Problème 1

Générer une suite de variables aléatoires à distribution exponentielle : $f(x) = \lambda e^{-\lambda . x}$. Tracez un graphique de cette suite en fonction du temps. Dessinez la fonction de répartition de la distribution utilisée.

### Problème 2

Générer un signal carré aléatoire (probabilité d'un 1 = $p$, variable) additionné de bruit gaussien. Varier la variance du bruit. Imaginez un détecteur (régénérateur) de signal. Dessinez la fonction de répartition de la distribution utilisée. Dessinez également l'histogramme du signal.

### Problème 3

Générer un bruit gaussien en fonction du temps avec $\mu = 1$, $\sigma = 1$. Estimer sa moyenne et sa variance. Comparer les valeurs obtenues avec $\mu$ et $\sigma$, en fonction du temps. Trouvez un estimateur de la moyenne qui n'ait pas à mémoriser toutes les valeurs des échantillons mais uniquement une valeur. Faites la même chose avec une distribution de Pareto ($f(x) = (\alpha - 1)x^{-\alpha}$). Que constatez-vous ?

### Problème 4

Générer un processus aléatoire $Y(n) = \alpha . Y(n-1) + (1-\alpha)Z(n)$ où $Z(n)$ est une variable aléatoire gaussienne réduite. Estimez l'espérance mathématique, la variance et la corrélation pour différentes valeurs de $\alpha$.

**Problème 5**

Un canal a des entrées binaires : 1 ou 0. Le signal est transmis à travers un système et la sortie est égale à l'entrée avec une probabilité de $(1-p)$. Avec une proabilité $p$ un 1 est transformé en 0 et vice versa. Un 1 est envoyé avec une probabilité $q$ et un 0 avec une probabilité $(1-q)$. Simulez le système.

**Problème 6**

Simulez un système de jeu. On a des variables i.i.d $\{X(n), n \geq 1\}$ avec $P(X(n) = -1) = 0.5$ et $P(X(n) = 1) = 0.5$. La variable aléatoire $X(n)$ représente le gain au nième jeu de roulette. Si vous avez joué $n$ fois vous avez accumulé
$h(n)[X(1), X(2), ..., X(n)]$ que vous réinvestissez dans le jeu. Combien gagnez-vous d'argent en moyenne ? Vous pouvez choisir la fonction $h(n)$.

**Problème 7**

Générez une sinusoïde, $\sin(\omega t)$, avec $\omega = 2\pi f$, $f = 1$ Hz, additionnée d'un bruit gaussien ($\mu = 0$, $\sigma = 1$). Estimez la corrélation en effectuant une simulation.

**Problème 8**

Générer $X(t) = A\cos(\omega t)$, $\omega = 2\pi f$, $f = 100$ Hz. A est une variables aléatoire uniformément distribuée dans l'intervalle [0,1]. Estimez l'espérance mathématique et la variance à l'aide d'une simulation.