HAUTE ECOLE SPÉCIALISÉE DE LA SUISSE OCCIDENTALE

Haute Ecole d'Ingénierie et de Gestion du Canton de Vaud

Master of Science in Engineering (MSE)

Cours central (bases théoriques) : Modélisation stochastique

(Semestre d'hiver 2009, S. Robert)

ERRATA

26 septembre 2009

Script (Cours distribué en classe)

Page 9 :

deux façcons différentes à remplacer par **deux façons différentes**
fiaable et facile à utiliser à remplacer par **fiable et facile à utiliser**

Page 34 :

$$\boxed{F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(u)du}$$

à remplacer par :

$$\boxed{F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f_x(u)du}$$

Page 35 :

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma)}$$

à remplacer par :

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}$$

Page 37 :

$$f_X(x) = \frac{xe^{x^2/(2\sigma^2)}}{\sigma^2} \text{ pour } x \geq 0$$

à remplacer par :

$$f_X(x) = \frac{xe^{-x^2/(2\sigma^2)}}{\sigma^2} \text{ pour } x \geq 0$$

Page 47 :

$$\begin{aligned} E[X_m.X_n] &= E[\sum_{i=1}^{m} Y_i.\sum_{j=1}^{n} Y_j] \\ &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} E[Y_iY_j] \\ &= \sum_{i=0}^{\min(n,m)} E[Y_i^2] + \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} E[Y_i]E[Y_j] \end{aligned}$$

à remplacer par :

$$\begin{aligned} E[X_m.X_n] &= E[\sum_{i=0}^{m} Y_i.\sum_{j=0}^{n} Y_j] \\ &= \sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} E[Y_iY_j] \\ &= \sum_{i=0}^{\min(n,m)} E[Y_i^2] + \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0,j\neq i}^{m} E[Y_i]E[Y_j] \end{aligned}$$

Page 51 :

$$E[X_nX_m] = A^2\cos(2\pi f_0 n + \phi)\cos(2\pi f_0 m + \phi) = \frac{A^2}{2}\cos(2\pi f_0(n-m))$$

à remplacer par :

$$E[X_nX_m] = A^2 E[\cos(2\pi f_0 n + \phi)\cos(2\pi f_0 m + \phi)] = \frac{A^2}{2}\cos(2\pi f_0(n-m))$$

Page 52 :

$$\mu_{X_t}(t) = E[X_t] = \int_{t=-\infty}^{\infty} x.p_X dx$$

à remplacer par :

$$E[X_t] = \mu_X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x.f_X(x,t)dx$$

Page 54 :

$$\begin{aligned} R_X(t,s) &= E[X_tX_s] = A^2\cos(2\pi f_0 t + \phi)\cos(2\pi f_0 s + \phi) \\ &= \frac{A^2}{2}\cos(2\pi f_0(t-s)) \end{aligned}$$

à remplacer par :

$$\begin{aligned} R_X(t,s) &= E[X_tX_s] = A^2 E[\cos(2\pi f_0 t + \phi)\cos(2\pi f_0 s + \phi)] \\ &= \frac{A^2}{2}\cos(2\pi f_0(t-s)) \end{aligned}$$

Page 66 :

Une séquance de bits

à remplacer par :

Une séquence de bits

Pages 67 et 68 :

La figure 4.4.2 montre ...

à remplacer par :

La figure 4.7 montre ...

Page 74 :

La probabilité de passer de l'état i (n=0) à l'état k (n=2) en passant par l'état j (n=2) est donnée par :

à remplacer par :

La probabilité de passer de l'état i (n=0) à l'état j (n=2) en passant par l'état k (n=1) est donnée par :

Page 77 :

De même $p_{10}(n)$ et $p_{11}(n)$ tendent toutes les deux vers $\pi_1 = 3/4$ quand $n \to \infty$

à remplacer par :

De même $p_{01}(n)$ et $p_{11}(n)$ tendent toutes les deux vers $\pi_1 = 3/4$ quand $n \to \infty$

Page 79 :

on dit que ces états appartiennent á la même classe

à remplacer par :

on dit que ces états appartiennent à la même classe

Page 80 :

Sinon, l'état est transitoire si

$$\sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}(n) = \infty$$

à remplacer par :

Sinon, l'état est transitoire si

$$\sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}(n) < \infty$$

Page 80 :

Les états d'un chaîne de Markov finie et irréductible sont tous récurrents.

à remplacer par :

Les états d'une chaîne de Markov finie et irréductible sont tous récurrents.

Page 80 :

(par exemple la chaîne de Markov à deux états de la figure.... lorsque $\alpha \neq 0$ et $\beta \neq 0$)

à remplacer par :

(par exemple la chaîne de Markov à deux états de la figure 5.2 lorsque $\alpha \neq 0$ et $\beta \neq 0$)

Page 87 :

$$\begin{aligned}
a_1 &= P(A|X_0 = i) \\
&= \sum_{j=0}^{m} P(A|X_0 = i, X_1 = j) P(X_1 = j|X_0 = i) \\
&= \sum_{j=0}^{m} P(A|X_1 = j) p_{ij} \\
&= \sum_{j=0}^{m} a_j p_{ij}
\end{aligned}$$

à remplacer par :

$$\begin{aligned}
a_i &= P(X(n) \in A \text{ pour un } n \in \mathbb{N}|X_0 = i) \\
&= \sum_{j=0}^{m} P(A|X_0 = i, X_1 = j) P(X_1 = j|X_0 = i) \\
&= \sum_{j=0}^{m} P(A|X_1 = j) p_{ij} \\
&= \sum_{j=0}^{m} a_j p_{ij}
\end{aligned}$$

Page 88 :

On peut calculer cette espérance en utilisant le théorème des probabilités totales. Par définition, $\mu_i = 0$ pour tous les états récurrents,

à remplacer par :

On peut calculer cette espérance en utilisant le théorème des probabilités totales. Par définition, $\mu_i = 0$ pour tous les états absorbants,

Page 103 :

Ils sont sont mémoire et d'autre part lorsque la chaîne de Markov est dans un état n elle ne peut évoluer que vers $n + 1$ ("naissance") ou vers $n - 1$ ("mort").

à remplacer par :

Ils sont sans mémoire et d'autre part lorsque la chaîne de Markov est dans un état n elle ne peut évoluer que vers $n+1$ ("naissance") ou vers $n-1$ ("mort").

Page 104 :

$$\begin{aligned}\pi_i(t+\epsilon) &= P(X_{t+\epsilon}=i) \\ &= \sum_{k=0}^{m} P(X_{t+\epsilon}=i|X_t?k)P(X_t=k) \\ &= \sum_{k=0}^{m} p_{ki}(\epsilon)\pi_k(t)\end{aligned}$$

à remplacer par :

$$\begin{aligned}\pi_i(t+\epsilon) &= P(X_{t+\epsilon}=i) \\ &= \sum_{k=0}^{m} P(X_{t+\epsilon}=i|X_t=k)P(X_t=k) \\ &= \sum_{k=0}^{m} p_{ki}(\epsilon)\pi_k(t)\end{aligned}$$

Séries d'exercices

Série 1 : Solutions

Page 1 :

Nous savons que $P(A \cup B) = P(A \cup \bar{B}) + P(\bar{A} \cup B) + P(A \cap B)$. Faire un dessin si nécessaire :

à remplacer par :

Nous savons que $P(A \cup B) = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B)$. Faire un dessin si nécessaire :

Page 3 :

$P(Y=0) = P(\{a\}) = 0.5$
$P(Y=1) = P(\{b\}) = 0.25$
$P(Y=2) = P(\{c\}) = 0.125$
$P(Y=3) = P(\{d,e\}) = 0.0625 + 0.0625 + 0.125$

à remplacer par :

$P(Y=1) = P(\{a\}) = 0.5$
$P(Y=2) = P(\{b\}) = 0.25$
$P(Y=3) = P(\{c\}) = 0.125$
$P(Y=4) = P(\{d,e\}) = 0.0625 + 0.0625 + 0.125$

Page 4 :

Posons $E = A \cap B$.

à remplacer par :

Posons $E = A \cup B$.

———————————-

et donc nous pouvons déduire que

$$P(E \cup C) = P(A \cap C) + P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C)$$

.

à remplacer par :

et donc nous pouvons déduire que

$$P(E \cap C) = P(A \cap C) + P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C)$$

.

———————————-

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(E \cup C) \\ &= P(E) + P(C) - P(E \cup C) \end{aligned}$$

à remplacer par :

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(E \cup C) \\ &= P(E) + P(C) - P(E \cap C) \end{aligned}$$

Page 8 :

$$
\begin{aligned}
P(D) &= 1-p \\
P(C) &= 0.8p + 0.2 * 0.5 = 0.8p + 0.1 \\
P(C|D) &= 0.2 * 0.8 = 0.1
\end{aligned}
$$

à remplacer par :

$$
\begin{aligned}
P(D) &= 1-p \\
P(C) &= 0.8p + 0.2 * 0.5 = 0.8p + 0.1 \\
P(C|D) &= 0.2 * 0.5 = 0.1
\end{aligned}
$$

Série 2

Page 2 :

Les variables aléatoires Z_i, $i \geq 1$ ont leur espérance mathématique nulle et leur variance égale à l'unité. Est-c e que le processus stochastique est stationnaire ?

à remplacer par :

Les variables aléatoires $Z_i, i \geq 1,$ *iid* (indépendantes , identiquement distribuées), ont leur espérance mathématique nulle et leur variance égale à l'unité. Est-ce que le processus stochastique est stationnaire ?

Série 3

Page 1 :

Trouvez la moyenne et l'autocovariance de $X(t)$.

à remplacer par :

Trouvez l'espérance mathématique et l'autocovariance de $X(t)$.

Page 1, problème 3 :

$$
R_X(\tau) = \begin{cases} 0 & |\tau| > 0 \\ A(1-|\tau|) & |\tau| \leq 1 \end{cases}
$$

à remplacer par :

$$R_X(\tau) = \begin{cases} 0 & \mid \tau \mid > 1 \\ A(1- \mid \tau \mid) & \mid \tau \mid \leq 1 \end{cases}$$

Page 2, problème 2 :

$$H_t = \begin{cases} +1 & \text{quand } X_t \leq 0 \\ -1 & \text{quand } X_t < 0 \end{cases}$$

à remplacer par :

$$H_t = \begin{cases} +1 & \text{quand } X_t \geq 0 \\ -1 & \text{quand } X_t < 0 \end{cases}$$

Page 2, problème 6 :

(b) sa fonction d'autocovariance.

à remplacer par :

(b) sa fonction d'autocorrélation.